Laboratory Report of Physics
Lab: Thermal Expansion

SCPY294 Intermediate Physics Laboratory
Department of Physics, Faculty of Science, Mahidol University

Kritin Wiwatyothin

Teaching Assistant: Withheld for privacy

Experiment conducted: January 2026
Report submitted: February 2026

---

1 บทนำ

การทดลองนี้เป็นการศึกษาการขยายตัวเชิงเส้นของโลหะเมื่ออุณหภูมิเปลี่ยนแปลง โดยใช้แท่งโลหะชนิดต่าง ๆ ได้แก่ ทองแดง เหล็กกล้า และอะลูมิเนียม ความยาวที่เปลี่ยนไปของแท่งโลหะจะถูกวัดขณะอุณหภูมิเปลี่ยนแปลงจากความร้อนของไอน้ำ ข้อมูลที่ได้จะนำมาวิเคราะห์เพื่อหาค่าสัมประสิทธิ์การขยายตัวเชิงเส้นของโลหะแต่ละชนิด และเปรียบเทียบกับค่ามาตรฐาน

วัตถุประสงค์

1. เพื่อศึกษาผลของความร้อนต่อการขยายตัวแบบเชิงเส้นของโลหะ
2. เพื่อหาค่าสัมประสิทธิ์การขยายตัวเชิงเส้นของโลหะตัวอย่าง ได้แก่ ทองแดง เหล็กกล้า และอะลูมิเนียม

ทฤษฎี

การขยายตัวเชิงเส้น (Linear Expansion) คือการที่วัตถุมีการเปลี่ยนแปลงความยาวในทิศทางเดียวเมื่ออุณหภูมิเปลี่ยนแปลง ซึ่งพบได้ชัดเจนในวัตถุที่มีลักษณะเป็นแท่งหรือเส้น จากการทดลองพบว่าความยาวที่เปลี่ยนไป (ΔL) แปรผันตรงกับความยาวเดิมของวัตถุ (L_0) และการเปลี่ยนแปลงของอุณหภูมิ (ΔT) ดังสมการ [1]

$$\Delta L = \alpha L_0 \Delta T \tag{1}$$

โดยที่ α คือสัมประสิทธิ์การขยายตัวเชิงเส้นของวัสดุ ซึ่งเป็นสมบัติเฉพาะของวัสดุแต่ละชนิด มีหน่วยเป็น $^\circ\mathrm{C}^{-1}$

เมื่อจัดรูปสมการใหม่ จะสามารถใช้ในการคำนวณค่าสัมประสิทธิ์การขยายตัวเชิงเส้นได้ดังนี้

$$\alpha = \frac{\Delta L}{L_0 \Delta T} \tag{2}$$

ในการทดลองนี้ ความยาวที่เปลี่ยนไปของแท่งโลหะจะถูกวัดด้วย Dial Gauge ขณะที่อุณหภูมิของโลหะเปลี่ยนแปลงซึ่งวัดด้วย Thermistor จากนั้นนำข้อมูล ΔL และ ΔT มาสร้างกราฟความสัมพันธ์ที่เหมาะสมเพื่อหาค่า α ของโลหะตัวอย่าง และเปรียบเทียบกับค่ามาตรฐาน

การแปลงค่าความต้านทานของ Thermistor เป็นอุณหภูมิ

ในการทดลองนี้ อุณหภูมิของแท่งโลหะถูกวัดโดยใช้ Thermistor ซึ่งเป็นอุปกรณ์ที่มีค่าความต้านทานเปลี่ยนแปลงตามอุณหภูมิ ความสัมพันธ์ระหว่างค่าความต้านทาน (R) และอุณหภูมิ (T) ของ Thermistor เป็นความสัมพันธ์ไม่เชิงเส้น (Non-linear) และเพื่อให้ได้ค่าอุณหภูมิที่แม่นยำ การทดลองนี้ใช้สมการ Steinhart--Hart ในการอธิบายความสัมพันธ์ระหว่างค่าความต้านทานของ Thermistor และอุณหภูมิ ดังสมการ ดังสมการ [3]

$$\frac{1}{T} = A + B \ln R + C(\ln R)^3 \tag{3}$$

โดยที่ T คืออุณหภูมิในหน่วยเคลวิน (K), R คือค่าความต้านทานของ Thermistor และ A, B, และ C เป็นค่าคงที่ของ Thermistor ซึ่งหาได้จากการทำ Curve Fitting

ค่าคงที่ A, B และ C ถูกหาจากการฟิตข้อมูลความสัมพันธ์ระหว่างค่าความต้านทานและอุณหภูมิที่ให้มาในตารางมาตรฐานของ Thermistor โดยใช้วิธี Curve Fit จากนั้นจึงนำสมการ Steinhart--Hart ที่ได้ไปใช้คำนวณอุณหภูมิของโลหะจากค่าความต้านทานที่วัดได้จริงในระหว่างการทดลอง

2 ขั้นตอนการทดลอง

ตอนที่ 1: การเตรียมอุปกรณ์และการตั้งค่าเริ่มต้น

ในส่วนนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อเตรียมชุดทดลองและตั้งค่าพารามิเตอร์เริ่มต้นที่จำเป็นต่อการวัดการขยายตัวเชิงเส้นของโลหะ โดยมีขั้นตอนดังนี้:

1. ตรวจสอบความเรียบร้อยของชุดการทดลองการขยายตัวเชิงเส้นของโลหะ และเลือกแท่งโลหะตัวอย่างชนิดทองแดงติดตั้งเข้ากับฐานรองรับ
2. ปรับตำแหน่ง Dial Gauge ให้สัมผัสกับแผ่นวัดให้เรียบร้อย
3. ติดตั้ง Thermistor ให้สัมผัสกับแท่งโลหะเพื่อใช้วัดอุณหภูมิ และต่อมัลติมิเตอร์สำหรับอ่านค่าความต้านทาน
4. ต่อท่อยางจากแหล่งกำเนิดไอน้ำเข้ากับช่องนำไอน้ำเข้าสู่แท่งโลหะ และตรวจสอบความแน่นหนา
5. วัดและบันทึกค่าความยาวเริ่มต้นของแท่งโลหะ (L_0) ซึ่งกำหนดให้มีค่า 700 mm

ตอนที่ 2: การให้ความร้อนและการวัดการขยายตัวของโลหะ

ในส่วนนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อวัดการเปลี่ยนแปลงความยาวของแท่งโลหะเมื่ออุณหภูมิเปลี่ยนแปลง โดยมีขั้นตอนดังนี้:

1. เปิดแหล่งกำเนิดไอน้ำเพื่อให้ไอน้ำไหลผ่านแท่งโลหะ
2. เมื่ออุณหภูมิของโลหะเพิ่มขึ้นจนใกล้คงที่ ให้บันทึกค่าความต้านทานของ Thermistor และค่าการเปลี่ยนแปลงความยาวของแท่งโลหะ
3. เมื่อเข็มของ Dial Gauge หยุดนิ่ง แสดงว่าแท่งโลหะอยู่ในสภาวะสมดุลความร้อน ให้ปรับ Dial Gauge มีค่าเริ่มต้นเป็นศูนย์มิลลิเมตร
4. ปิดการไหลของไอน้ำโดยใช้ตัวล็อคท่อยาง และปล่อยให้แท่งโลหะเย็นตัวลงตามธรรมชาติ
5. ระหว่างการเย็นตัว ให้บันทึกค่าความต้านทานของ Thermistor และค่าความยาวจาก Dial Gauge ที่อุณหภูมิต่าง ๆ โดยกำหนดจำนวนจุดข้อมูลที่เหมาะสม

ตอนที่ 3: การวิเคราะห์อุณหภูมิและการทำซ้ำการทดลอง

ในส่วนนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อเตรียมข้อมูลสำหรับการวิเคราะห์และเปรียบเทียบผลการทดลอง โดยมีขั้นตอนดังนี้:

1. แปลงค่าความต้านทานของ Thermistor ที่วัดได้เป็นค่าอุณหภูมิ โดยใช้วิธี Curve Fitting เข้ากับสมการ Steinhart--Hart จากข้อมูลในตารางรูปที่ 1 โดยผลจากการทำ Non-linear Least Squares Fitting ด้วยโปรแกรม `Python` จะได้ว่า

$$\frac{1}{T} = (8.546 + 2.047 \ln R + 9.358 \times 10^{-4} (\ln R)^3) \times 10^{-4} \tag{4}$$

   โดยที่ค่าความคาดเคลื่อนของ T ในสมการนี้จะเท่ากับ $\sigma_{SH} = 0.2$ °C
   หมายเหตุ T ในสมการยังคงมีหน่วยเป็นเคลวิน (K)

2. สร้างกราฟความสัมพันธ์ระหว่างการเปลี่ยนแปลงความยาวของแท่งโลหะ (ΔL) กับการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิ (ΔT)

3. หาค่าสัมประสิทธิ์การขยายตัวเชิงเส้น (α) ของโลหะจากความชันของกราฟ

4. ทำการทดลองซ้ำโดยเปลี่ยนแท่งโลหะเป็นเหล็กกล้าและอะลูมิเนียม ตามลำดับ และวิเคราะห์ผลในลักษณะเดียวกัน

5. เปรียบเทียบค่าที่ได้จากการทดลองกับค่ามาตรฐานของโลหะแต่ละชนิด

Resistance versus Temperature for the Thermal Radiation Cube

Therm. Res. (Ω)	Temp. (°C)	Therm. Res. (Ω)	Temp. (°C)	Therm. Res. (Ω)	Temp. (°C)	Therm. Res. (Ω)	Temp. (°C)	Therm. Res. (Ω)	Temp. (°C)	Therm. Res. (Ω)	Temp. (°C)
207,850	10	66,356	34	24,415	58	10,110	82	4,615.1	106	2,281.0	130
197,560	11	63,480	35	23,483	59	9,767.2	83	4,475.0	107	2,218.3	131
187,840	12	60,743	36	22,590	60	9,437.7	84	4,339.7	108	2,157.6	132
178,650	13	58,138	37	21,736	61	9,120.8	85	4,209.1	109	2,098.7	133
169,950	14	55,658	38	20,919	62	8,816.0	86	4,082.9	110	2,041.7	134
161,730	15	53,297	39	20,136	63	8,522.7	87	3,961.1	111	1,986.4	135
153,950	16	51,048	40	19,386	64	8,240.6	88	3,843.4	112	1,932.8	136
146,580	17	48,905	41	18,668	65	7,969.1	89	3,729.7	113	1,880.9	137
139,610	18	46,863	42	17,980	66	7,707.7	90	3,619.8	114	1,830.5	138
133,000	19	44,917	43	17,321	67	7,456.2	91	3,513.6	115	1,781.7	139
126,740	20	43,062	44	16,689	68	7,214.0	92	3,411.0	116	1,734.3	140
120,810	21	41,292	45	16,083	69	6,980.6	93	3,311.8	117	1,688.4	141
115,190	22	39,605	46	15,502	70	6,755.9	94	3,215.8	118	1,643.9	142
109,850	23	37,995	47	14,945	71	6,539.4	95	3,123.0	119	1,600.6	143
104,800	24	36,458	48	14,410	72	6,330.8	96	3,033.3	120	1,558.7	144
100,000	25	34,991	49	13,897	73	6,129.8	97	2,946.5	121	1,518.0	145
95,447	26	33,591	50	13,405	74	5,936.1	98	2,862.5	122	1,478.6	146
91,126	27	32,253	51	12,932	75	5,749.3	99	2,781.3	123	1,440.2	147
87,022	28	30,976	52	12,479	76	5,569.3	100	2,702.7	124	1,403.0	148
83,124	29	29,756	53	12,043	77	5,395.6	101	2,626.6	125	1,366.9	149
79,422	30	28,590	54	11,625	78	5,228.1	102	2,553.0	126	1,331.9	150
75,903	31	27,475	55	11,223	79	5,066.6	103	2,481.7	127		
72,560	32	26,409	56	10,837	80	4,910.7	104	2,412.6	128		
69,380	33	25,390	57	10,467	81	4,760.3	105	2,345.8	129		

PASCO scientific

รูปที่ 1: ความสัมพันธ์ระหว่างค่าความต้านทานและอุณหภูมิของ Thermister

3 ผลการทดลอง

3.1 ข้อมูลจากการทดลอง

จากการทดลอง กำหนดให้ $L_0 = 700 \pm 1$ mm และค่าความคาดเคลื่อนของความต้านทานคำนวณได้จาก Manual ที่อุปกรณ์ให้มา นอกจากนี้ยังมีค่าความคลาดเคลื่อนของ Model อุณหภูมิของแท่งโลหะที่ $\sigma_{SH} = 0.2$ °C ดังที่กล่าวไป อีกทั้งยังมีความคลาดเคลื่อนจากสเกลของ Dial gauge ซึ่งมีค่าเท่ากับ $\sigma_{L_i} = 0.01$ mm

นอกจากนี้แล้วในการทดลองยังมีการใช้จุดเทียบที่แตกต่างกันสำหรับโลหะแต่ละชนิด โดยจุดเทียบของทองแดง เหล็กกล้า และอะลูมิเนียม จะเป็นจุดที่ $R_c = 12$ kΩ, $R_s = 10$ kΩ, และ $R_a = 12$ kΩ ตามลำดับ จากการทดลองได้ตารางข้อมูลดังนี้

ตารางที่ 1: ข้อมูลระยะยืดที่วัดได้ (ΔL) และความต้านทานของ Thermistor (R) ของทองแดง

จุดที่	ΔL (±0.01 mm)			$\Delta\bar{L}$ (mm)	R (kΩ)
	ครั้งที่ 1	ครั้งที่ 2	ครั้งที่ 3		
1	0.13	0.16	0.14	0.14 ± 0.02	15.5 ± 0.3
2	0.21	0.22	0.21	0.21 ± 0.01	18.6 ± 0.3
3	0.30	0.29	0.28	0.29 ± 0.02	22.3 ± 0.4
4	0.36	0.35	0.34	0.35 ± 0.02	26.5 ± 0.4
5	0.42	0.41	0.40	0.41 ± 0.02	31.3 ± 0.5
6	0.45	0.44	0.43	0.44 ± 0.02	35.1 ± 0.5
7	0.49	0.47	0.46	0.47 ± 0.02	39.0 ± 0.5
8	0.52	0.51	0.49	0.51 ± 0.02	43.5 ± 0.5
9	0.54	0.53	0.52	0.53 ± 0.02	47.0 ± 0.6

ตารางที่ 2: ผลการคำนวณอุณหภูมิ (T) และอุณหภูมิที่เปลี่ยนแปลง (ΔT) ของทองแดง

จุดที่	$\Delta\bar{L}$ (mm)	R (kΩ)	T (°C)	ΔT (°C)
1	0.14 ± 0.02	15.5 ± 0.3	70.05 ± 0.6	7.1 ± 0.9
2	0.21 ± 0.01	18.6 ± 0.3	65.15 ± 0.5	12.0 ± 0.9
3	0.29 ± 0.02	22.3 ± 0.4	60.39 ± 0.5	16.7 ± 0.9
4	0.35 ± 0.02	26.5 ± 0.4	55.97 ± 0.4	21.2 ± 0.8
5	0.41 ± 0.02	31.3 ± 0.5	51.80 ± 0.4	25.3 ± 0.8
6	0.44 ± 0.02	35.1 ± 0.5	48.98 ± 0.4	28.1 ± 0.8
7	0.47 ± 0.02	39.0 ± 0.5	46.42 ± 0.4	30.7 ± 0.8
8	0.51 ± 0.02	43.5 ± 0.5	43.81 ± 0.4	33.3 ± 0.8
9	0.53 ± 0.02	47.0 ± 0.6	41.98 ± 0.3	35.1 ± 0.8

ตารางที่ 3: ข้อมูลระยะยืดที่วัดได้ (ΔL) และความต้านทานของ Thermistor (R) ของเหล็กกล้า

จุดที่	ΔL (± 0.01 mm)			$\Delta \bar{L}$ (mm)	R (kΩ)
	ครั้งที่ 1	ครั้งที่ 2	ครั้งที่ 3		
1	0.08	0.08	0.08	0.08 ± 0.01	12.2 ± 0.3
2	0.14	0.14	0.14	0.14 ± 0.01	14.7 ± 0.3
3	0.18	0.17	0.18	0.18 ± 0.01	16.7 ± 0.3
4	0.22	0.21	0.22	0.22 ± 0.01	19.6 ± 0.4
5	0.25	0.23	0.25	0.24 ± 0.02	21.4 ± 0.4
6	0.28	0.26	0.28	0.27 ± 0.02	24.4 ± 0.4
7	0.30	0.29	0.30	0.30 ± 0.01	26.6 ± 0.4
8	0.32	0.30	0.32	0.31 ± 0.02	28.3 ± 0.4
9	0.33	0.32	0.33	0.33 ± 0.01	30.0 ± 0.4

ตารางที่ 4: ผลการคำนวณอุณหภูมิ (T) และอุณหภูมิที่เปลี่ยนแปลง (ΔT) ของเหล็กกล้า

จุดที่	$\Delta \bar{L}$ (mm)	R (kΩ)	T (°C)	ΔT (°C)
1	0.08 ± 0.01	12.2 ± 0.3	76.7 ± 0.7	6 ± 1
2	0.14 ± 0.01	14.7 ± 0.3	71.5 ± 0.6	11 ± 1
3	0.18 ± 0.01	16.7 ± 0.3	68.0 ± 0.6	14 ± 1
4	0.22 ± 0.01	19.6 ± 0.4	63.8 ± 0.5	19 ± 1
5	0.24 ± 0.02	21.4 ± 0.4	61.5 ± 0.5	21 ± 1
6	0.27 ± 0.02	24.4 ± 0.4	58.1 ± 0.5	24.3 ± 0.9
7	0.30 ± 0.01	26.6 ± 0.4	55.9 ± 0.4	26.4 ± 0.9
8	0.31 ± 0.02	28.3 ± 0.4	54.3 ± 0.4	28.0 ± 0.9
9	0.33 ± 0.01	30.0 ± 0.4	52.9 ± 0.4	29.5 ± 0.9

ตารางที่ 5: ข้อมูลระยะยืดที่วัดได้ (ΔL) และความต้านทานของ Thermistor (R) ของอะลูมิเนียม

จุดที่	ΔL (± 0.01 mm)			$\Delta \bar{L}$ (mm)	R (kΩ)
	ครั้งที่ 1	ครั้งที่ 2	ครั้งที่ 3		
1	0.23	0.24	0.21	0.23 ± 0.02	15.9 ± 0.3
2	0.32	0.30	0.28	0.30 ± 0.02	18.2 ± 0.3
3	0.38	0.38	0.34	0.37 ± 0.02	20.6 ± 0.4
4	0.43	0.43	0.39	0.42 ± 0.02	22.7 ± 0.4
5	0.48	0.48	0.44	0.47 ± 0.02	25.0 ± 0.4
6	0.53	0.55	0.50	0.53 ± 0.02	28.2 ± 0.4
7	0.58	0.58	0.54	0.57 ± 0.02	30.5 ± 0.4
8	0.63	0.62	0.58	0.61 ± 0.02	33.8 ± 0.5
9	0.65	0.64	0.60	0.63 ± 0.02	35.0 ± 0.5

ตารางที่ 6: ผลการคำนวณอุณหภูมิ (T) และอุณหภูมิที่เปลี่ยนแปลง (ΔT) ของอะลูมิเนียม

จุดที่	$\Delta\bar{L}$ (mm)	R (kΩ)	T (°C)	ΔT (°C)
1	0.23 ± 0.02	15.9 ± 0.3	69.4 ± 0.6	7.8 ± 0.9
2	0.30 ± 0.02	18.2 ± 0.3	65.7 ± 0.5	11.4 ± 0.9
3	0.37 ± 0.02	20.6 ± 0.4	62.5 ± 0.5	14.7 ± 0.9
4	0.42 ± 0.02	22.7 ± 0.4	59.9 ± 0.5	17.2 ± 0.9
5	0.47 ± 0.02	25.0 ± 0.4	57.5 ± 0.4	19.7 ± 0.8
6	0.53 ± 0.02	28.2 ± 0.4	54.4 ± 0.4	22.7 ± 0.8
7	0.57 ± 0.02	30.5 ± 0.4	52.4 ± 0.4	24.7 ± 0.8
8	0.61 ± 0.02	33.8 ± 0.5	49.9 ± 0.4	27.2 ± 0.8
9	0.63 ± 0.02	35.0 ± 0.5	49.1 ± 0.4	28.1 ± 0.8

3.2 การคำนวณความคลาดเคลื่อน

ค่าความคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้นในการทดลองนี้มีแหล่งที่มาหลักจากการอ่านระยะยืดด้วย Dial gauge, การวัดค่าความต้านทานของ Thermistor และความไม่แน่นอนจากโมเดลทางคณิตศาสตร์ที่ใช้แปลงค่าความต้านทานเป็นอุณหภูมิ โดยสามารถแบ่งแหล่งที่มาได้ดังนี้

3.2.1 ความคลาดเคลื่อนของระยะยืด ΔL

ในการวัดระยะยืด ΔL แต่ละครั้ง มีความคลาดเคลื่อนจากสเกลของอุปกรณ์ Dial gauge ซึ่งมีค่าความละเอียดต่ำสุดเท่ากับ 0.01 mm จึงกำหนดให้ความคลาดเคลื่อนเชิงระบบเป็น $\sigma_{L_i} = 0.01$ mm โดย ΔL นั้นเกิดจากการนำค่าที่อ่านได้มาลบกับจุดอ้างอิง ดังนั้น

$$\sigma_{L_{sys}} = \sqrt{2\sigma_{L_i}} \approx 0.01$$

นอกจากนี้การทดลองซ้ำในแต่ละจุด 3 ครั้ง ทำให้เกิดความคลาดเคลื่อนเชิงสถิติ (statistical error) ซึ่งคำนวณจากค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานดังนี้

$$\sigma_{L_{stat}} = \sqrt{\frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}(L_i - \bar{L})^2}$$

โดยที่ $N = 3$ คือจำนวนครั้งที่ทำการวัด และค่าความคลาดเคลื่อนรวมของระยะยืดเฉลี่ย ($\delta_{\bar{L}}$) คำนวณได้จาก Gaussian error propagation [2] ดังนี้

$$\delta_{\bar{L}} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_{L_{stat}}}{\sqrt{N}}\right)^2 + \sigma_{L_{sys}}^2}$$

3.2.2 ความคลาดเคลื่อนของความต้านทาน R และอุณหภูมิ T

ความคลาดเคลื่อนของการวัดความต้านทาน (σ_R) มาจากเครื่องวัดมัลติมิเตอร์รุ่น UT33B+ [6] ที่สเกล 200kΩซึ่งคำนวณจากค่าความแม่นยำ (Accuracy) และความละเอียด (Resolution) ตามสมการ

$$\sigma_{R_i} = (0.8\% \times R_i) + (2 \times \text{Resolution})$$

เมื่อ Resolution = 0.1 kΩ และ R คือค่าความต้านทานที่อ่านได้

สำหรับการแปลงค่าความต้านทานเป็นอุณหภูมิ T โดยใช้โมเดล Steinhart-Hart จะมีความคลาดเคลื่อนสะสมมาจากสองส่วน คือความคลาดเคลื่อนจาก σ_{R_i} และความคลาดเคลื่อนของตัวโมเดลเอง ($\sigma_{SH} = 0.2$ °C)

$$\delta T_i = \sqrt{\left(\left|\frac{\partial T}{\partial R}\right|\sigma_{R_i}\right)^2 + \sigma_{SH}^2}$$

โดยที่อนุพันธ์ $\partial T/\partial R$ สามารถคำนวณได้จากฟังก์ชันโมเดลของ Steinhart Hart ดังสมการที่ 3 ซึ่งจะได้ว่า

$$\left|\frac{\partial T}{\partial R}\right|\sigma_{R_i} = T_i^2\left(\frac{B + 3C(\ln R_i)^2}{R_i}\right)\sigma_{R_i} \tag{5}$$

3.2.3 ความคลาดเคลื่อนของอุณหภูมิที่เปลี่ยนแปลง ΔT

เนื่องจาก $\Delta T = T_i - T_1$ โดยที่ T_1 คืออุณหภูมิเริ่มต้นที่จุดอ้างอิง ความคลาดเคลื่อนของ ΔT จึงขึ้นอยู่กับความคลาดเคลื่อนของอุณหภูมิทั้งสองจุด

$$\delta\Delta T = \sqrt{(\delta T_i)^2 + (\delta T_1)^2}$$

3.2.4 ความคลาดเคลื่อนของสัมประสิทธิ์การขยายตัวเชิงเส้น α

สัมประสิทธิ์การขยายตัวเชิงเส้นคำนวณจากสมการที่ 2 โดยที่ความชันระหว่าง ΔL และ ΔT เป็นความชันของกราฟ (m) ได้เป็นสมการ $\alpha = m/L_0$ ดังนั้นความคลาดเคลื่อนของ α จะพิจารณาจากความคลาดเคลื่อนของความชัน (σ_m) ที่ได้จากการ Fit แบบ Least squares และความคลาดเคลื่อนของความยาวเริ่มต้น $(\delta L_0 = 1\ \text{mm})$

$$\frac{\delta\alpha}{\alpha} = \sqrt{\left(\frac{\delta m}{m}\right)^2 + \left(\frac{\delta L_0}{L_0}\right)^2}$$

หมายเหตุ ความคลาดเคลื่อนของความยาวเริ่มต้น $\sigma_{L_0} = 1\ \text{mm}$ มาจากการประมาณและการคาดเดาของผู้ทดลอง

3.3 การวิเคราะห์ผลและอภิปรายผล

การหาค่าสัมประสิทธิ์การขยายตัวเชิงเส้นจากผลการทดลอง

จากผลการทดลองและการคำนวณอุณหภูมิโดยใช้โมเดล Steinhart-Hart เราได้ชุดข้อมูลความสัมพันธ์ระหว่างอุณหภูมิที่เปลี่ยนแปลง (ΔT) และระยะยืดเฉลี่ยของแท่งโลหะ (ΔL) ซึ่งความสัมพันธ์เชิงเส้นดังกล่าวเป็นไปตามทฤษฎีการขยายตัวเชิงเส้นที่ 1 แต่จากการทดลองผลลัพธ์เป็นไปตามสมการดังต่อไปนี้

$$\Delta L = \alpha L_0 \Delta T + c \tag{6}$$

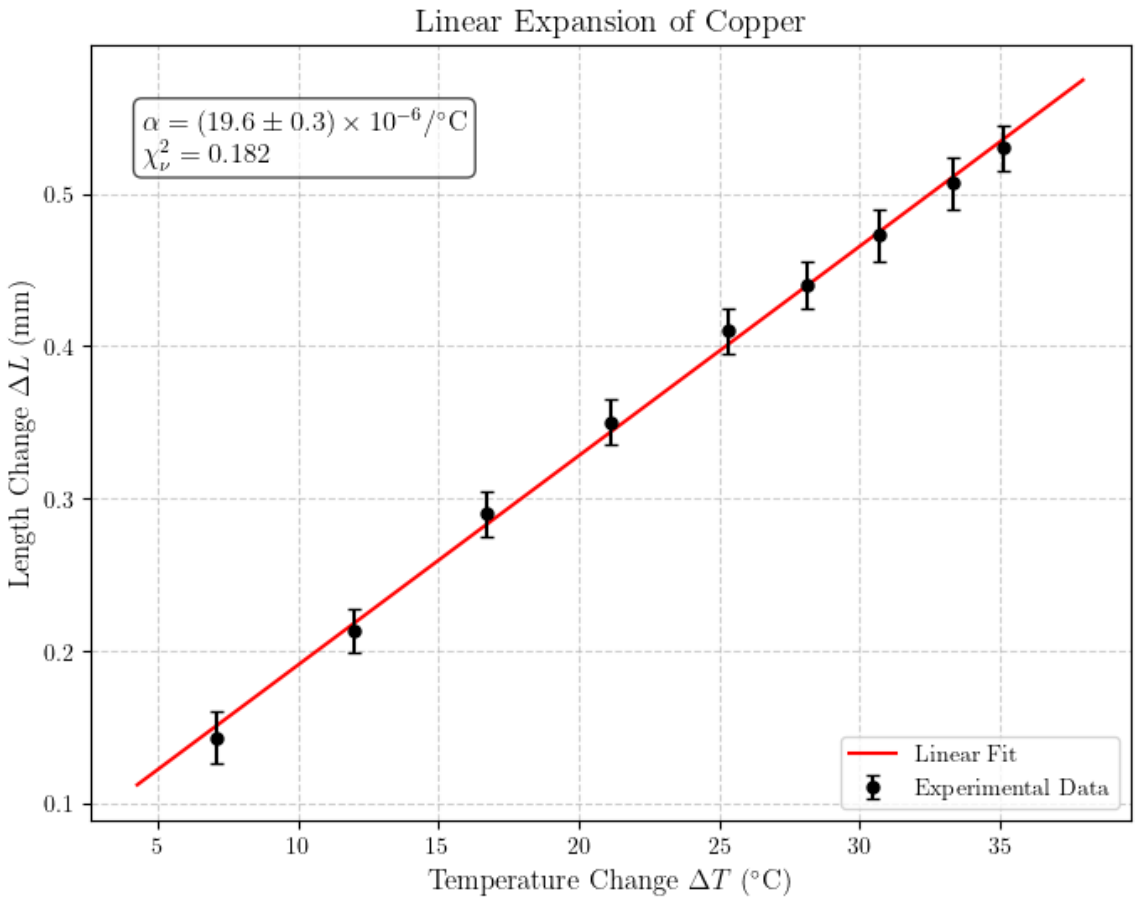
โดยที่ α คือค่าสัมประสิทธิ์การขยายตัวเชิงเส้นที่เราต้องการทราบค่า และ c คือค่าคงที่ซึ่งเป็นจุดตัดแกน y ที่อาจเกิดจากความไม่สมบูรณ์หรือความผิดพลาดจากการทดลอง

หมายเหตุ ไม่ใช้จุดอ้างอิงในการฟิต เนื่องจากไม่มีค่าคาดเคลื่อนส่งผลให้ไม่สามารถนำมาฟิตกราฟได้

กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างการขยายตัวและอุณหภูมิ

จากการทำการฟิตกราฟโดยใช้โปรแกรม `Python` (Library: `lmfit` [5]) กับสมการเชิงเส้นข้างต้น จะได้กราฟดังรูปที่ 2 สำหรับทองแดง กราฟรูปที่ 3 สำหรับเหล็กกล้า และกราฟรูปที่ 4 สำหรับอะลูมิเนียม และได้ผลลัพธ์พารามิเตอร์ที่สำคัญดังนี้

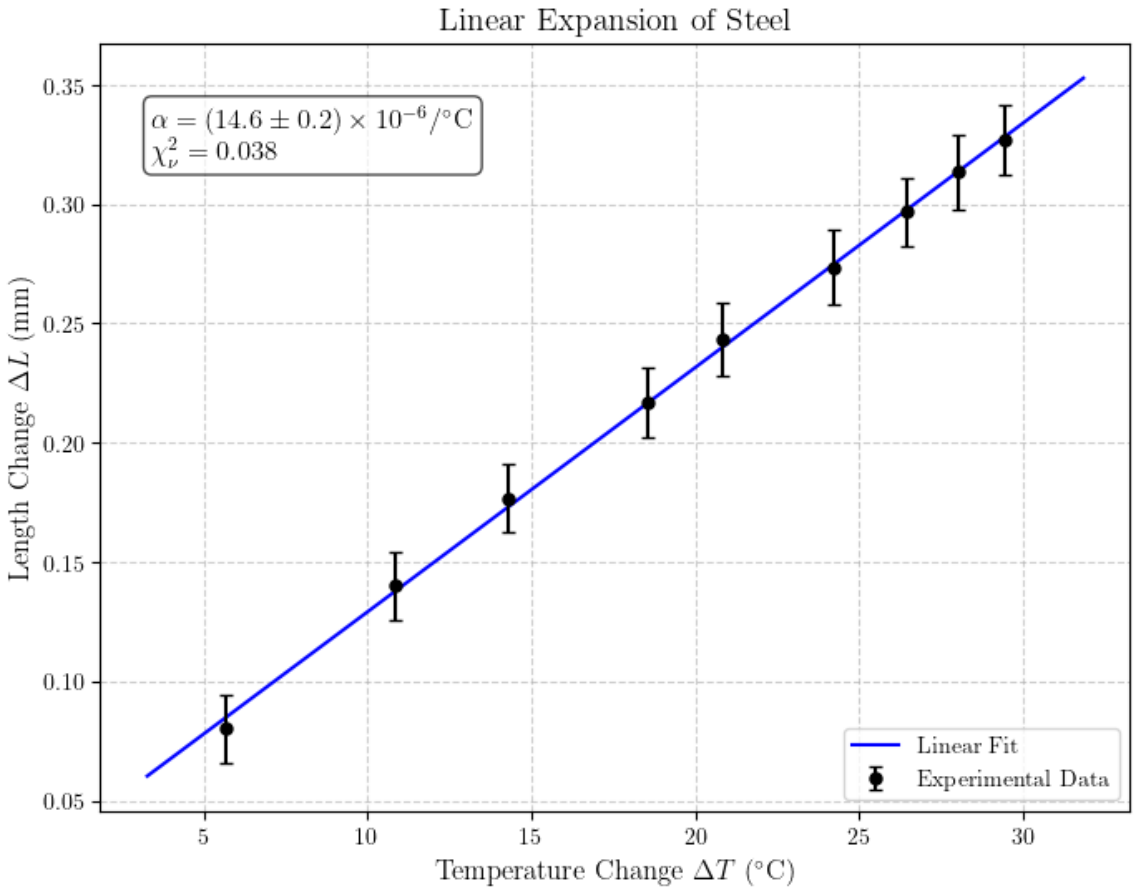
การขยายตัวเชิงเส้นของทองแดง



รูปที่ 2: กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างระยะยืด ΔL กับอุณหภูมิที่เปลี่ยนแปลงไป ΔT ของทองแดง

- Chi-square (Reduced) Copper: $\chi^2_{\nu_{Cu}} = 0.182$
- สัมประสิทธิ์การขยายตัวเชิงเส้นของทองแดง α_{Cu} ที่คำนวณได้: $\alpha_{Cu} = (19.6 \pm 0.3) \times 10^{-6}\ °\mathrm{C}^{-1}$
- สัมประสิทธิ์การขยายตัวเชิงเส้นของทองแดง α_{Cu} พร้อมค่าคาดเคลื่อนที่ปรับแล้ว (หารด้วย $\sqrt{\chi^2_{\nu_{Cu}}}$) : $\alpha_{Cu} = (19.6 \pm 0.7) \times 10^{-6}\ °\mathrm{C}^{-1}$
- จุดตัดแกน y พร้อมค่าคาดเคลื่อนที่ปรับแล้ว (หารด้วย $\sqrt{\chi^2_\nu}$): $c_{Cu} = 0.05 \pm 0.01$ mm

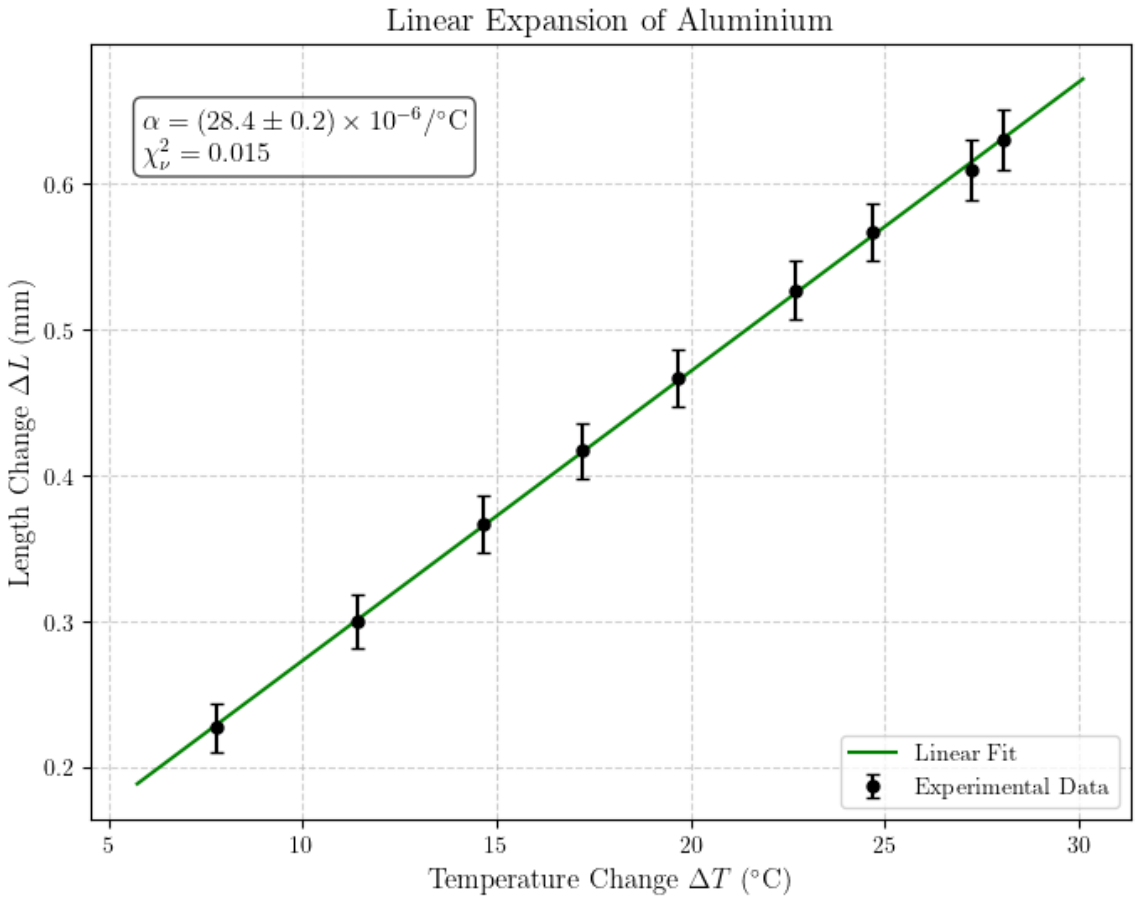
การขยายตัวเชิงเส้นของเหล็กกล้า



รูปที่ 3: กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างระยะยืด ΔL กับอุณหภูมิที่เปลี่ยนแปลงไป ΔT ของเหล็กกล้า

- Chi-square (Reduced) Steel: $\chi^2_{\nu_{Steel}} = 0.038$
- สัมประสิทธิ์การขยายตัวเชิงเส้นของเหล็กกล้า α_{Steel} ที่คำนวณได้: $\alpha_{Steel} = (14.6 \pm 0.2) \times 10^{-6}\ °\mathrm{C}^{-1}$
- สัมประสิทธิ์การขยายตัวเชิงเส้นของเหล็กกล้า α_{Steel} พร้อมค่าคาดเคลื่อนที่ปรับแล้ว (หารด้วย $\sqrt{\chi^2_{\nu_{Steel}}}$) : $\alpha_{Steel} = (15 \pm 1) \times 10^{-6}\ °\mathrm{C}^{-1}$
- จุดตัดแกน y พร้อมค่าคาดเคลื่อนที่ปรับแล้ว (หารด้วย $\sqrt{\chi^2_{\nu_{Steel}}}$): $c_{Steel} = 0.03 \pm 0.01$ mm

การขยายตัวเชิงเส้นของอะลูมิเนียม



รูปที่ 4: กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างระยะยืด ΔL กับอุณหภูมิที่เปลี่ยนแปลงไป ΔT ของอะลูมิเนียม

- Chi-square (Reduced) Aluminium: $\chi^2_{\nu_{Al}} = 0.015$
- สัมประสิทธิ์การขยายตัวเชิงเส้นของอะลูมิเนียม α_{Al} ที่คำนวณได้: $\alpha_{Al} = (28.4 \pm 0.2) \times 10^{-6}\ °\mathrm{C}^{-1}$
- สัมประสิทธิ์การขยายตัวเชิงเส้นของอะลูมิเนียม α_{Al} พร้อมค่าคาดเคลื่อนที่ปรับแล้ว (หารด้วย $\sqrt{\chi^2_{\nu_{Al}}}$) : $\alpha_{Al} = (28 \pm 2) \times 10^{-6}\ °\mathrm{C}^{-1}$
- จุดตัดแกน y พร้อมค่าคาดเคลื่อนที่ปรับแล้ว (หารด้วย $\sqrt{\chi^2_{\nu_{Al}}}$): $c_{Al} = 0.07 \pm 0.02$ mm

จาก การ ฟิต สมการ เชิง เส้น พบ ว่า กราฟ ทั้ง สาม ไม่ ผ่าน จุด กำเนิด โดย มี ค่า $c_{Cu} = 0.05 \pm 0.01$ mm ค่า $c_{Steel} = 0.03 \pm 0.01$ mm และค่า $c_{Al} = 0.07 \pm 0.02$ mm แต่ค่าดังกล่าวเป็นค่าคงที่ซึ่งไม่ส่งผลกระทบต่อความชันของกราฟ ดังนั้นค่าความชันซึ่งนำไปคำนวณค่า α จึงยังคงมีความถูกต้องแม่นยำภายในขอบเขตของการทดลอง

อภิปรายผล

จากการทดลองนี้ ได้ทำการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างระยะยืดเฉลี่ยของแท่งโลหะ ΔL และอุณหภูมิที่เปลี่ยนแปลง ΔT สำหรับโลหะสามชนิด ได้แก่ ทองแดง เหล็กกล้า และอะลูมิเนียม โดยอุณหภูมิถูกคำนวณจากค่าความต้านทานของเทอร์มิสเตอร์ด้วยสมการ Steinhart--Hart ซึ่งทำให้สามารถแปลงค่าความต้านทานเป็นอุณหภูมิได้อย่างต่อเนื่องและแม่นยำ

เมื่อพล็อตกราฟ ΔL กับ ΔT และทำการฟิตด้วยสมการเชิงเส้น

$$\Delta L = \alpha L_0 \Delta T + c$$

พบว่าข้อมูลของโลหะทั้งสามชนิดสามารถอธิบายได้ด้วยความสัมพันธ์เชิงเส้น ซึ่งสอดคล้องกับทฤษฎีการขยายตัวเชิงเส้นของของแข็ง โดยค่าสัมประสิทธิ์การขยายตัวเชิงเส้น α สามารถหาได้จากความชันของกราฟโดยตรง

ในกรณีของทองแดง การฟิตกราฟให้ค่า

$$\alpha_{Cu} = (19.6 \pm 0.3) \times 10^{-6}\ {}^{\circ}\mathrm{C}^{-1}$$

และมีค่า reduced chi-square เท่ากับ

$$\chi^2_{\nu_{Cu}} = 0.182$$

ซึ่งมีค่าน้อยกว่าหนึ่ง แสดงว่าความไม่แน่นอนของข้อมูลอาจถูกประเมินค่าสูงเกินจริง เมื่อทำการปรับค่าความไม่แน่นอนโดยหารด้วย $\sqrt{\chi^2_{\nu_{Cu}}}$ จะได้ค่าที่ปรับแล้วเป็น

$$\alpha_{Cu} = (19.6 \pm 0.7) \times 10^{-6}\ {}^{\circ}\mathrm{C}^{-1}$$

ในกรณีของเหล็กกล้า ได้ค่า

$$\alpha_{Steel} = (14.6 \pm 0.2) \times 10^{-6}\ {}^{\circ}\mathrm{C}^{-1}$$

โดยมีค่า reduced chi-square เท่ากับ

$$\chi^2_{\nu_{Steel}} = 0.062$$

ซึ่งมีค่าน้อยกว่าหนึ่ง แสดงว่าความไม่แน่นอนของข้อมูลอาจถูกประเมินค่าสูงเกินจริง เมื่อปรับค่าความไม่แน่นอนแล้วจะได้

$$\alpha_{Steel} = (15 \pm 1) \times 10^{-6}\ {}^{\circ}\mathrm{C}^{-1}$$

ในกรณีของอะลูมิเนียม การฟิตกราฟให้ค่า

$$\alpha_{Al} = (28.4 \pm 0.2) \times 10^{-6}\ {}^{\circ}\mathrm{C}^{-1}$$

และมีค่า reduced chi-square เท่ากับ

$$\chi^2_{\nu_{Al}} = 0.015$$

ซึ่งอยู่ใกล้เคียงหนึ่ง แสดงว่าการประเมินค่าความไม่แน่นอนมีความเหมาะสม และเมื่อทำการปรับค่าความไม่แน่นอนแล้วได้

$$\alpha_{Al} = (28 \pm 2) \times 10^{-6}\ {}^{\circ}\mathrm{C}^{-1}$$

จากการฟิตกราฟพบว่าเส้นตรงของโลหะทั้งสามชนิดไม่ผ่านจุดกำเนิด โดยมีค่า intercept เท่ากับ

$$c_{Cu} = 0.05 \pm 0.01\ \mathrm{mm}, \quad c_{Steel} = 0.03 \pm 0.01\ \mathrm{mm}, \quad c_{Al} = 0.07 \pm 0.02\ \mathrm{mm}$$

ซึ่งอาจเกิดจากความคลาดเคลื่อนเชิงระบบ เช่น การตั้งศูนย์ของอุปกรณ์วัดระยะ การเสื่อมสภาพของ Thermistor หรือการขยายตัวของส่วนประกอบอื่นในระบบทดลอง อย่างไรก็ตาม ค่า intercept เหล่านี้ไม่ส่งผลต่อความชันของกราฟ ดังนั้นค่าค่าสัมประสิทธิ์การขยายตัวเชิงเส้น α จึงยังคงมีความถูกต้องภายในขอบเขตของการทดลอง

เมื่อเปรียบเทียบค่าที่ได้จากการทดลอง พบว่าลำดับขนาดของค่าสัมประสิทธิ์การขยายตัวเชิงเส้นเป็น

$$\alpha_{\mathrm{Al}} > \alpha_{\mathrm{Cu}} > \alpha_{\mathrm{Steel}}$$

ซึ่งสอดคล้องกับพฤติกรรมทางกายภาพของโลหะ เนื่องจากอะลูมิเนียมมีโครงสร้างผลึกที่ยอมให้ระยะระหว่างอะตอมเปลี่ยนแปลงได้ง่ายกว่า ขณะที่เหล็กกล้ามีแรงยึดเหนี่ยวระหว่างอะตอมสูงกว่า ทำให้มีการขยายตัวน้อยกว่าเมื่ออุณหภูมิเปลี่ยนแปลง

โดยรวมแล้ว การทดลองนี้สามารถแสดงให้เห็นความสัมพันธ์เชิงเส้นระหว่างการขยายตัวของโลหะกับอุณหภูมิได้อย่างชัดเจน และค่าค่าสัมประสิทธิ์การขยายตัวเชิงเส้นที่ได้มีความสัมพันธุ์ที่สอดคล้องเมื่อเทียบกับค่าจากแหล่งอื่น ความคลาดเคลื่อนหลักของการทดลองเกิดจากความไม่อุดมคติของระบบทดลองเช่น การเสื่อมสภาพของ Thermister การประมาณค่า L_0 ความไม่บริษุทธิ์ของโลหะ การประมาณค่าความไม่แน่นอน ข้อจำกัดของอุปกรณ์วัด และจำนวนข้อมูลที่น้อยเกินไป ซึ่งถือว่าอยู่ในระดับที่ยอมรับได้สำหรับการทดลองในครั้งนี้

4 สรุป

การทดลองนี้ได้ศึกษาการขยายตัวเชิงเส้นของโลหะสามชนิด ได้แก่ ทองแดง เหล็กกล้า และอะลูมิเนียม โดยวัดความยาวที่เปลี่ยนไปของแท่งโลหะขณะอุณหภูมิเปลี่ยนแปลง และคำนวณอุณหภูมิจากค่าความต้านทานของเทอร์มิสเตอร์ด้วยสมการ Steinhart--Hart จากนั้นทำการฟิตกราฟความสัมพันธ์ระหว่าง ΔL และ ΔT ด้วยสมการเชิงเส้น

ค่าสัมประสิทธิ์การขยายตัวเชิงเส้นที่ได้จากการทดลอง (พร้อมค่าคาดเคลื่อนที่ปรับแล้ว) สรุปได้ดังนี้

$$\alpha_{Cu} = (19.6 \pm 0.7) \times 10^{-6}\ {}^{\circ}\mathrm{C}^{-1} \quad \text{(ทองแดง)}$$
$$\alpha_{Steel} = (15 \pm 1) \times 10^{-6}\ {}^{\circ}\mathrm{C}^{-1} \quad \text{(เหล็กกล้า)}$$
$$\alpha_{Al} = (28 \pm 1) \times 10^{-6}\ {}^{\circ}\mathrm{C}^{-1} \quad \text{(อะลูมิเนียม)}$$

ผลการทดลองแสดงลำดับขนาดของค่าสัมประสิทธิ์การขยายตัวเชิงเส้นเป็น

$$\alpha_{\mathrm{Al}} > \alpha_{\mathrm{Cu}} > \alpha_{\mathrm{Steel}}$$

ซึ่งสอดคล้องกับพฤติกรรมทางกายภาพของโลหะ โดยกราฟที่ได้มีความเป็นเชิงเส้น และค่าความคลาดเคลื่อนอยู่ในระดับที่ยอมรับได้สำหรับชุดการทดลอง สรุปได้ว่าการทดลองนี้สามารถอธิบายการขยายตัวเชิงเส้นของโลหะได้อย่างถูกต้องภายในขอบเขตของการทดลอง

References

[1] David Halliday, Robert Resnick, and Jearl Walker, *Fundamentals of Physics*, 10th Edition, Wiley, 2013.

[2] John R. Taylor, *An Introduction to Error Analysis: The Study of Uncertainties in Physical Measurements*, 2nd Edition, University Science Books, 1997.

[3] J. S. Steinhart and S. R. Hart, "Calibration curves for thermistors," *Deep Sea Research and Oceanographic Abstracts*, vol. 15, no. 4, pp. 497--503, 1968.

[4] National Institute of Standards and Technology (NIST), "Thermal Expansion of Materials," Available: https://www.nist.gov

[5] Matthew Newville et al., "LMFIT: Non-Linear Least-Square Minimization and Curve-Fitting for Python," Available: https://lmfit.github.io/lmfit-py/

[6] UNI-T, *UT33B+ Digital Multimeter User Manual*, UNI-T Technologies.